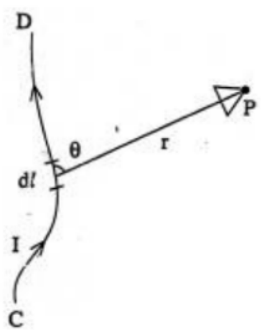
Study material on Magnetostatics for General Students
Sem – II CC – 1B
Dr. Dipika Saha
Department of Physics

সূত্র (Biot-Savart Law):

কোনো পরিবাহীর মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ চললে এর চারপাশে কোনো বিন্দুর চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ -এর মান বের করার জন্য লাপন্টাস একটি সূত্র প্রদান করেন, যা লাপন্টাসের সূত্র নামে পরিচিত। জীন ব্যাপ্টিস্ট বিয়োঁ এবং ফেলিক্স স্যাভাঁ সর্বপ্রথম পরীক্ষার মাধ্যমে লাপন্টাসের সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করেন। তাই এ সূত্রটিকে বিয়োঁ-স্যাভাঁর এর সূত্রও বলা হয়।

সূত্র : কোনো পরিবাহীর ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহিত হলে এর চারপাশে যে চৌম্বকক্ষেত্রের সৃষ্টি হয় তার কোনো বিন্দুতে চৌম্বকক্ষেত্রের মান পরিবাহীর দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক, তড়িৎ প্রবাহের সমানুপাতিক, প্রবাহের দিক এবং পরিবাহীর ঐ অংশের মধ্যবিন্দু ও বিবেচিত বিন্দুর সংযোগ সরলরেখার মধ্যবর্তী কোণের সাইনের সমানুপাতিক এবং দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।



চিত্র: ৩.৮

ব্যাখ্যা: ধরা যাক, CD একটি তড়িৎবাহী তার এবং এর মধ্য দিয়ে I তড়িৎ প্রবাহ চলছে (চিত্র ৩.৮)। এ তড়িৎ প্রবাহের জন্য পরিবাহীর চারপাশে একটি চৌম্বকক্ষেত্রের সৃষ্টি হয়। পরিবাহী তারের যে কোনো ক্ষুদ্র অংশের (dl) তড়িৎ প্রবাহের জন্য সৃষ্ট, যে কোনো P বিন্দুতে, চৌম্বকক্ষেত্রের মান (dB).

(১) দৈর্ঘ্য dl-এর সমানুপাতিক ($dB \propto dl$),

(২) প্রবাহমাত্রা I-এর সমানুপাতিক ($dB \propto l$),

(৩) sinθ-এর সমানুপাতিক ($dB \propto \sin\theta$),

(৪) দূরত্ব r-এর বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ($dB \propto \sin\theta$)।

এখন বায়ো-সাভার্টের সূত্রানুযায়ী, P বিন্দুতে চৌম্বক আবেশ $d\vec{B}$ হলে লেখা যায় (যৌগিক ভেদের উপপাদ্য অনুসারে একত্রিত করে),

$$dB \propto \frac{I\, dl\, sin\theta}{r^2}$$

বা, $$dB = k\frac{I\, dl\, sin\theta}{r^2}$$

[এখানে k একটি সমানুপাতিক ধ্রুক। এর মান এককের পদ্ধতি এবং মধ্যবর্তী মাধ্যমের উপর নির্ভর করে

[বিঃ দ্রঃ (১) এ সূত্র বাঁকা বা সোজা যে কোনো আকৃতির তারের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।]

(২) $d\vec{B}$ -এর অভিমুখ হচ্ছে, $d\vec{l}\times\vec{r}$ ভেক্টরের অভিমুখ বরাবর।

(৩) যে দিকে তড়িৎ প্রবাহিত হয় সে দিকে $d\vec{l}$ -এর অভিমুখ ধরতে হবে।]

CGS পদ্ধতি:

CGS পদ্ধতি ও শূন্যমাধ্যমে k=1 হয়, সেক্ষেত্রে বায়ো-সাভার্ট সূত্রটি হয়,

$$dB \propto \frac{I\, dl\, sin\theta}{r^2}$$

বা, **B = ∫dB =** $\int \frac{I\,dl\,sin\theta}{r^2}$

SI পদ্ধতি:

SI পদ্ধতি ও শূন্য মাধ্যমে **k = μ_0/4π** হয়, সেক্ষেত্রে বায়ো-সাভার্ট সূত্রটি হয়,

dB = $\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\,sin\theta}{r^2}$ [যেখানে μ_0 হল শূন্য মাধ্যমের চৌম্বকভেদ্যতা]

বা**, B = ∫dB =** $\int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\,sin\theta}{r^2}$

বা, **B = ∫dB =** $\frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,dl\,sin\theta}{r^2}$

μ_0: শূন্য মাধ্যমের চৌম্বকভেদ্যতা: এর মান এবং একক:

বায়ু বা শূন্য মাধ্যমে চৌম্বক ভেদ্যতার মান হয়,

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ **wb.A^{-1}.m^{-1} =** $4\pi\times10^{-7}$ **T.A^{-1}.m**

এখন, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ **wb.A^{-1}.m^{-1}**

বা, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ **Henry/meter**

বা, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ **newton/amp^2**

বা, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ **(Tesla–meter) / amp**

বা, $\mu_0 = = 4\pi\times10^{-7}$ **T.A^{-1}.m**

Different Form of Biot-Savart Law:

(1) Biot-Savart Law in Vector Form:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\vec{l}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\vec{l}\times\hat{r})}{r^2}$$

এখানে $d\vec{B}$ এর অভিমুখ ($d\vec{l}\times\vec{r}$) এর ভেক্টরগুনের অভিমুখে হয়। ভেক্টরগুনের ডান হাতের স্ক্রু-নিয়ম দ্বারা এর অভিমুখ পাওয়া যায়। এখানে P বিন্দুতে চৌম্বক আবেশ $d\vec{B}$ এর অভিমুখ হয় কাগজের পাতার সমতলের সঙ্গে লম্বভাবে এবং ভিতরের (inward) দিকে।

2) Biot-Savart Law in terms of Current Density:

আমরা জানি**, J =** $\frac{I}{A} = \frac{Idl}{Adl} = \frac{Idl}{dv}$

বা, $Id\vec{l} = \vec{J}dv$

সুতরাং $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\vec{l}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{(\vec{J}dv\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{J}\times\vec{r}}{r^3}\,dv$

(3) Biot-Savart Law in terms of Charge and its Velocity:

আমরা জানি**,** $Id\vec{l} = \frac{q}{dt}d\vec{l} = q\frac{d\vec{l}}{dt} = q\vec{v}$

সুতরাং, $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\vec{l}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q(\vec{v}\times\vec{r})}{r^3}$

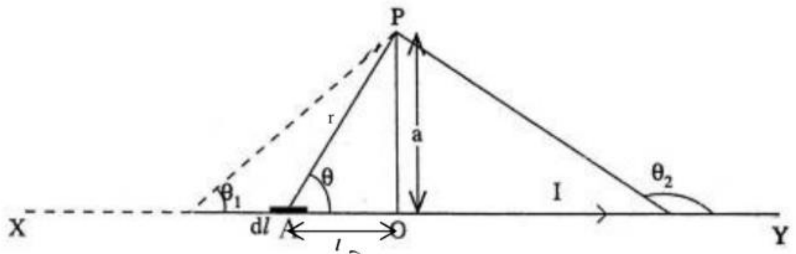
বায়োট-স্যাভার্ট সূত্রের প্রয়োগঃ

৩.৩.১ (ক) তড়িৎবাহী লম্বা সোজা পরিবাহী তারের নিকটে কোনো বিন্দুতে $\vec{B}$ এর মানঃ

ধরা যাক, শূন্য মাধ্যমে অবস্থিত একটি দীর্ঘ সোজা পরিবাহী তার XY-এর মধ্য দিয়ে I A প্রবাহমাত্রার তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে।

তার থেকে a লম্ব দূরত্বে অবস্থিত P বিন্দুতে চৌম্বকক্ষেত্র বা চৌম্বক আবেশ B নির্ণয় করতে হবে। তার থেকে a লম্ব দূরত্বে অবস্থিত P একটি বিন্দু [চিত্রঃ ৩.১০]। স্বল্প দৈর্ঘ্য dl এর জন্য P বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র,

$$dB = \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2} \quad ....(১)$$



চিত্র : ৩.১০

চিত্র থেকে পাই,

$OP = a$

$PA = r$

এবং PA তড়িৎ প্রবাহের অভিমুখ XY-এর সাথে θ কোণ তৈরি করে।

$$r = \frac{a}{\sin\theta}$$

$\because l = a\cot\theta$

এবং $\cot\theta = \frac{OA}{a} = -\frac{l}{a}$

এবং $OA = -l$ [$\because l$ হচ্ছে O বিন্দুর বাম দিকে]

বা, $l = -a\cot\theta$

ব্যবকলন করে পাই-

$$dl = a\,\text{cosec}^2\theta\, d\theta$$

১নং সমীকরণে r ও dl-এর মান বসিয়ে পাই,

$$dB = \frac{\mu_o I (a\,\text{cosec}^2\theta\, d\theta)\sin\theta}{4\pi (a/\sin\theta\, d\theta)^2}$$

বা, $$dB = \frac{\mu_o I (a\,\text{cosec}^2\theta)\sin\theta}{4\pi (a^2\,\text{cosec}^2\theta)}$$

বা, $$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi a}\sin\theta\, d\theta.$$

সম্পূর্ণ তারের মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহের জন্য মোট চৌম্বকক্ষেত্র হবে এরকম ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র dl-এর জন্য চৌম্বকক্ষেত্রের সমষ্টি। অর্থাৎ,

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\mu_o I}{4\pi a}[-\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{\mu_o I}{4\pi a}[-\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$= \frac{\mu_o I}{4\pi a}[\cos\theta_1 - \cos\theta_2]$$

দীর্ঘ লম্বা তারের জন্য তারটি $-\infty$ থেকে $+\infty$ পর্যন্ড় বিস্ড়ৃত ধরা হয় অর্থাৎ অসীম দৈর্ঘ্য হিসাবে বিবেচিত হয়।

যখন $l \to -\infty, \theta_1 \to 0$

এবং যখন $l \to +\infty, \theta_2 \to \pi$

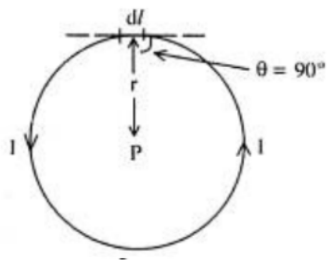
$$\therefore\ B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}[\cos 0 - \cos\pi]$$

$$= \frac{\mu_o I}{2\pi a} \quad \text{.......................................} (৩.৮)$$

[বিঃ দ্রঃ এক্ষেত্রে, $\vec{B}$-এর অভিমুখ হচ্ছে কাগজ পৃষ্ঠের লম্ব বরাবর, নিচ দিকে।]

(খ) তড়িৎবাহী বৃত্তাকার পরিবাহীর বা কুন্ডলীর কেন্দ্রে $\vec{B}$-এর মানঃ

ধরা যাক, একটি বৃত্তাকার পরিবাহীর মধ্য দিয়ে ঘড়ির গতির বিপরীত দিকে তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে (চিত্র : ৩.১১)। বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r; প্রবাহমাত্রা = I; বিয়োঁ-স্যাভোঁর সূত্রানুসারে dl দৈর্ঘ্যের ক্ষুদ্র অংশের জন্য কেন্দ্র বিন্দু P-তে সৃষ্ট চৌম্বকক্ষেত্র,



$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi}\ \frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

সম্পূর্ণ বৃত্তাকার পরিবাহীকে এরকম ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত বিবেচনা করা যাক। এসব অংশের ফলে সৃষ্ট চৌম্বকক্ষেত্রের সমষ্টি নিলে সমগ্র কুন্ডলীর জন্য এর কেন্দ্রে চৌম্বকক্ষেত্র B-এর মান পাওয়া যাবে।

প্রতিটি অংশ, P বিন্দু থেকে সমান দূরত্বে (r) অবস্থিত; এবং প্রতি অংশ dl, ব্যাসার্ধ r-এর সাথে 90° কোণ তৈরি করে। প্রতি অংশের জন্য সৃষ্ট চৌম্বকক্ষেত্রের অভিমুখ একই দিকে।

অতএব, $B = \frac{\mu_o I \sin 90°}{4\pi r^2}\int_{l=0}^{l=2\pi r} dl$

বা, $B = \frac{\mu_o I}{4\pi r^2} 2\pi r$

বা, $B = \frac{\mu_o I}{2r}$ ....(৩.৯)

যদি r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট N পাকের বৃত্তাকার কুন্ডলীর মধ্য দিয়ে I ampere তড়িৎ প্রবাহিত হয় তা হলে সেক্ষেত্রে,

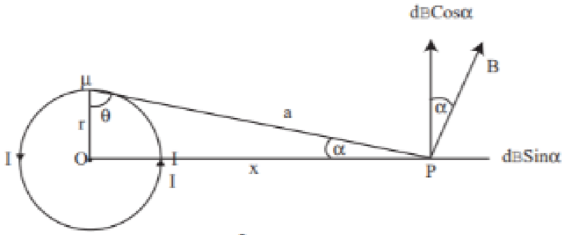
$$B = \frac{\mu_o NI}{2r} \quad \text{..} (৩.১০)$$

[বিঃ দ্রঃ এক্ষেত্রে, $\vec{B}$-এর দিক হচ্ছে কাগজ পৃষ্ঠের লম্ব বরাবর উপর দিক।]

(গ) বৃত্তাকার পরিবাহীর অক্ষের কোন বিন্দুতে B-এর মান নির্ণয়:

ধরা যাক, r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পরিবাহীর তথা dl অতিক্ষুদ্র অংশের মধ্যদিয়ে I মাত্রার তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে (চিত্র: ৪.১৩)। কেন্দ্র O হতে x দূরত্বে অক্ষের P বিন্দুতে এই ক্ষুদ্র অংশের জন্য চৌম্বক আবেশ

$$dB = \frac{\mu o}{4\pi}\frac{Idl\ \ Sin\theta}{r^2}$$



চিত্র: ৪.১৩

P বিন্দুতে dB কে দুটি উপাংশে বিভক্ত করা যায়। অভিলম্ব বরাবর উপাংশগুলো (dBCosα) পরস্পর সমান ও বিপরীত বলে পরস্পরকে নাকচ করবে। অক্ষ বরাবর উপাংশগুলোর (dBSinα) একই অভিমুখ থাকায় এদের সমষ্টি হতে P বিন্দুতে লব্ধি চৌম্বক আবেশ,

অর্থাৎ $B = \sum dBSin\alpha$

বা, $$B = \sum\frac{\mu_o}{4\pi}\ \frac{Idl\ Sin\theta}{a^2}Sin\alpha$$

বা, $$B = \frac{\mu_o ISin\alpha}{4\pi a^2}\ \Re dl [\ Sin\theta = Sin90\ \ =1]$$

বা, $$B = \frac{\mu_o ISin\alpha}{4\pi a^2} \times 2\pi r [\ Sin\theta = Sin90\ \ =1]$$

বা, $$B = \frac{\mu_o IrSin\alpha}{2a^2}$$

বা, $$B = \frac{\mu_o Ir \times r}{2a^3} [\because\ Sin\alpha = \frac{r}{a}]$$

বা, $$B = \frac{\mu_o Ir^2}{2a^3}$$

n পাক বিশিষ্ট কুন্ডলীর ক্ষেত্রে,

$$B = \frac{\mu_o nIr^2}{2a^3}$$

বা, $$B = \frac{\mu_o nIr^2}{2a^3}$$

বা, $$B = \frac{\mu_o nIr^2}{2(r^2+x^2)^{3/2}} ....(৪.১০)\ [\ \because a = \sqrt{r^2+x^2}\ ]$$

অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

(i) যদি বৃত্তাকার পরিবাহীর ব্যাসার্ধ r বৃত্তের কেন্দ্র হতে P বিন্দুর দূরত্ব x অপেক্ষা খুব ক্ষুদ্র হয়, অর্থাৎ r<<x হয়, তবে

$$B = \frac{\mu_o nIr^2}{2x^3}$$

(ii) যদি x=0 হয় অর্থাৎ যদি P বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্রের সহিত মিশে যায়, তবে

$$B = \frac{\mu_O n I r^2}{2r^3}$$

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_O n I}{2r} \quad \text{...} (4.11)$$

সমাকলিত রূপ

গাউসের সূত্রটিকে সমাকলিত রূপে লেখা যায়

এই সমীকরণটির বাম পাশ একটি ক্ষেত্র সমাকলন যা একটি বদ্ধ ক্ষেত্র S নির্দেশ করে **B** হল চৌম্বক ক্ষেত্র ভেক্টর। এখানে যেহেতু একটি বদ্ধ ক্ষেত্রে যতটুকু উত্তর মেরুশক্তি হয় ততটুকুই দক্ষিণ মেরুশক্তি থাকে।

অন্তরকলিত রূপ

অভিসারী উপপাদ্য দ্বারা গাউস এর সূত্র ডিফারেনশিয়াল ফর্মে বিকল্পরূপে লেখা যাবে:

চৌম্বক বলরেখা দিয়ে ব্যাখ্যা

চুম্বকত্বের জন্য গাউস এর সূত্র সমতুল্য বিবৃতিতে বলা হয় যে চৌম্বক বলরেখার শুরু বা শেষ নেই: প্রতিটি হয় এক একটি বদ্ধ লুপ তৈরী করে অথবা অনন্ত প্রসারিত হয়।

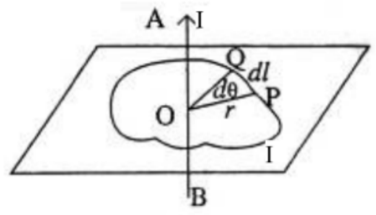
৩.২.২ অ্যাম্পিয়ারের সূত্র

স্থির তড়িতে যেমন কুলম্ব সূত্রের সাহায্যে স্থির তড়িৎ ক্ষেত্র সংক্রান্ড় সহজ সমস্যার সমাধান করা সম্ভব কিন্তু জটিল সমস্যা সমাধানের জন্য গাউস-এর সূত্রের প্রয়োজন হয়। তেমনি তড়িৎ চৌম্বকত্বের ক্ষেত্রে সহজ সমস্যা সমাধানের জন্য বিয়োঁ-স্যাভার সূত্র ব্যবহার করা হয়। কিন্তু জটিল সমস্যা সমাধানের জন্য অ্যাম্পিয়ারের সূত্র প্রয়োগ করা হয়।

সূত্রটি নিম্নরূপঃ

"কোনো তড়িৎবাহী পরিবাহীকে কেন্দ্র করে কাল্পনিক কোনো বদ্ধ পথ বরাবর চৌম্বক ক্ষেত্রের রৈখিক সমাকলন, ঐ পরিবাহীর মধ্যে প্রবাহিত প্রবাহমাত্রার μ_o গুণ।

অর্থাৎ $\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_O I$



চিত্র: ৩.৯

ব্যাখ্যা: একটি দীর্ঘ সোজা পরিবাহী AB কাগজতলের সাথে লম্বা বরাবর I প্রবাহমাত্রার তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে। I এর অভিমুখ উপরের দিকে কাগজতলের উপর। একটি বদ্ধ বক্স রেখার উপর একটি ক্ষুদ্র অংশ PQ.

তড়িৎবাহী পরিবাহী AB এর জন্য এই অংশে চুম্বকক্ষেত্র

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$\therefore \quad \oint \vec{B}.d\vec{l} = \oint Bdl\cos 0^o = \oint Bdl$$

$$= \frac{\mu_o I}{2\pi r}\oint dl$$

PQ অংশের, $dl = rd\theta$

$$\therefore \quad \oint \vec{B}.d\vec{l} = \frac{\mu_o I}{2\pi r}\oint rd\theta = \frac{\mu_o I}{2\pi} \times 2\pi = \mu_o I$$

সার্কিটে মোট প্রবাহমাত্রা = I

$$\therefore \quad \oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o I \quad \text{...... ....(৩.৭)}$$

এটিই-অ্যাম্পিয়ার-এর সূত্র।

Divergence and Curl of magnetic field:

According to Eq. 3.7, the integral of B around a circular path of radius r, cantered at the wire, is

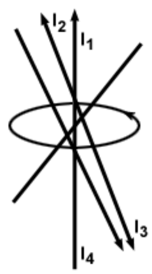
$$\oint_S \boldsymbol{B.dl} = \boldsymbol{\mu_0}\mathbf{I}$$

Now suppose we have a bundle of straight wires. Each wire that passes through our loop contributes μ_0I, and those outside contribute nothing (Fig. below). The line integral will then be

$$\oint_S \boldsymbol{B.dl} = \boldsymbol{\mu_0}\, \boldsymbol{I_{enc}} \qquad \textbf{................(3.8)}$$

Where I_{enc} stands for the total current enclosed by the integration path. If the flow of charge is represented by a volume current density **J**, the enclosed current is

$\mathbf{I_{enc}} = \int \boldsymbol{J.dA}$ **……….(3.9)**



with the integral taken over any surface bounded by the loop. Applying Stokes' theorem to Eq. 3.8, then,

$$\int (\boldsymbol{\nabla \times B})\, \boldsymbol{.da} = \boldsymbol{\mu_0} \int \boldsymbol{J\, .da}$$

and hence

$\boldsymbol{\nabla \times B = \mu_0 J}$

In physics, Gauss's law for magnetism is one of the four Maxwell's equations in electrodynamics. It states that the magnetic field B has divergence equal to zero, in other words, that it is a solenoidal vector field. It is equivalent to the statement that magnetic monopoles do not exist. Rather than "magnetic charges", the basic entity for magnetism is the magnetic dipole.

Gauss's law for magnetism can be written in two forms, a differential form and an integral form. These forms are equivalent due to the divergence theorem.

Differential form

The differential form for Gauss's law for magnetism is:

$\boldsymbol{\nabla}. \mathrm{B} = 0$

where ∇. denotes divergence, and B is the magnetic field.

Integral form:

$$\oint_S \boldsymbol{B}.\boldsymbol{dA} = \boldsymbol{0}$$

where S is any closed surface, and dA is a vector, whose magnitude is the area of an infinitesimal piece of the surface S, and whose direction is the outward-pointing surface normal.
The left-hand side of this equation is called the net flux of the magnetic field out of the surface, and Gauss's law for magnetism states that it is always zero.

The integral and differential forms of Gauss's law for magnetism are mathematically equivalent, due to the divergence theorem.

The law in this form states that for each volume element in space, there are exactly the same number of "magnetic field lines" entering and exiting the volume. No total "magnetic charge" can build up in any point in space. For example, the south pole of the magnet is exactly as strong as the north pole, and free-floating south poles without accompanying north poles (magnetic monopoles) are not allowed.

The Magnetic Vector Potential:

Electric fields generated by stationary charges obey

$$\mathbf{\nabla \times E = 0} \qquad \textbf{(1)}$$

This immediately allows us to write

$$\mathbf{E = -\nabla}\phi \qquad \textbf{(2)}$$

since the curl of a gradient is automatically zero. In fact, whenever we come across an irrotational vector field in physics we can always write it as the gradient of some scalar field. This is clearly a useful thing to do, since it enables us to replace a vector field by a much simpler scalar field. The quantity ϕ in the above equation is known as the electric scalar potential.
Magnetic fields generated by steady currents (and unsteady currents, for that matter) satisfy

$$\mathbf{\nabla \cdot B = 0} \qquad \textbf{(3)}$$

This immediately allows us to write

$$\mathbf{B = \nabla \times A} \qquad \textbf{(4)}$$

since the divergence of a curl is automatically zero. In fact, whenever we come across a solenoidal vector field in physics we can always write it as the curl of some other vector field. This is not an obviously useful thing to do, however, since it only allows us to replace one vector field by another. Nevertheless, Eq. (4) is one of the most useful equations we shall come across in this lecture course. The quantity **A** is known as the magnetic vector potential.

The curl of the vector potential gives us the magnetic field via Eq. (318). However, the divergence of **A** has no physical significance. In fact, we are completely free to choose $\nabla.\mathbf{A}$ to be whatever we like. Note that, according to Eq. (4), the magnetic field is invariant under the transformation

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} - \nabla\psi \qquad (5)$$

In other words, the vector potential is undetermined to the gradient of a scalar field. This is just another way of saying that we are free to choose ∇.A . Recall that the electric scalar potential is undetermined to an arbitrary additive constant, since the transformation

$$\phi \rightarrow \phi + c \qquad (6)$$

leaves the electric field invariant in Eq. (2). The transformations (5) and (6) are examples of what mathematicians call gauge transformations. The choice of a particular function ψ or a particular constant c is referred to as a choice of the gauge. We are free to fix the gauge to be whatever we like. The most sensible choice is the one which makes our equations as simple as possible. The usual gauge for the scalar potential ϕ is such that $\phi \rightarrow 0$ at infinity. The usual gauge for **A** is such that

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \qquad (7)$$

This particular choice is known as the **Coulomb gauge.**

It is obvious that we can always add a constant to ϕ so as to make it zero at infinity. But it is not at all obvious that we can always perform a gauge transformation such as to make $\nabla \times \mathbf{A}$ zero. Suppose that we have found some vector field **A** whose curl gives the magnetic field but whose divergence in non-zero. Let

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \nu(\mathbf{r}) \qquad (8)$$

The question is, can we find a scalar field ψ such that after we perform the gauge transformation (5) we are left with $\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}.$ Taking the divergence of Eq. (5) it is clear that we need to find a function ψ which satisfies

$$\nabla^2\psi = \nu \qquad (9)$$

But this is just Poisson's equation. We know that we can always find a unique solution of this equation. This proves that, in practice, we can always set the divergence of A equal to zero.

চুম্বকায়ন বা চুম্বকায়ন তীব্রতা **(Magnetization):** একটি চুম্বক পদার্থের অণুচুম্বকগুলো অর্থাৎ দ্বিমেরুগুলো সারিবদ্ধভাবে সজ্জিত থাকে। কিন্তু চৌম্বক পদার্থের অণুচুম্বকগুলো এলোমেলোভাবে সজ্জিত থাকে। যখন কোনো চৌম্বক পদার্থকে চৌম্বকক্ষেত্রে স্থাপন করা হয় তখন চৌম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে দ্বিমেরু ভ্রামকের সৃষ্টি হয়। দ্বিমেরু ভ্রামকের ক্রিয়ায় অণুচুম্বকগুলো চৌম্বকক্ষেত্রে সারিবদ্ধভাবে সজ্জিত হয়ে চৌম্বক পদার্থ চুম্বকে পরিণত হয়।
অর্থাৎ কোনো চৌম্বক পদার্থের প্রতি একক আয়তনের চৌম্বক ভ্রামককে চুম্বকায়ন বা চুম্বকায়ন তীব্রতা বলে।

$$I = \frac{M}{V}\ Am^{-1}$$ (অ্যাম্পিয়ার/মিটার)

চৌম্বক প্রাবল্য **(Magnetic Intensity):** চৌম্বকক্ষেত্রের কোনো চৌম্বক আবেশ এবং চৌম্বক প্রবেশ্যতার অনুপাতকে চৌম্বক প্রাবল্য বা তীব্রতা বলে। একে $\vec{H}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

চৌম্বক প্রাবল্যের একক: Am^{-1} $\frac{\text{অ্যাম্পিয়ার}}{\text{মিটার}}$

চৌম্বক প্রবেশ্যতা **(Magnetic permeability):** চৌম্বকক্ষেত্রে স্থাপিত কোনো চৌম্বক পদার্থের চৌম্বক আবেশ **(B)** ও চৌম্বক তীব্রতা **(H)** এর অনুাতকে ঐ পদার্থের চৌম্বক প্রবেশ্যেতা বলে। একে μ (মিউ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore\ \mu = \frac{B}{H}$; এর একক TmA^{-1} বা $\frac{\text{টেসলা-মিটার}}{\text{অ্যাম্পিয়ার}}$

শূন্যস্থানে চৌম্বক প্রবেশ্যতা,

$$\mu_0 = \frac{B_0}{H}$$ [B_0 = বহিস্থ চৌম্বকক্ষেত্র]

চৌম্বক গ্রাহিতা বা প্রবণতা **(Magnetic susceptibiliby):** কোনো চৌম্বক পদার্থের চুম্বকায়ন তীব্রতা **(I)** এবং চৌম্বক তীব্রতা **(H)** এর অনুপাতকে চৌম্বক গ্রাহিতা বা প্রবণতা বলে। একে κ (কাপ্পা) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\kappa = \frac{I}{H}$$

এটি এককবিহীন রাশি।
যদি **H=1** হয়, তবে **κ=1**
অর্থাৎ একক প্রাবল্যের চৌম্বকক্ষেত্রে চুম্বকিত চৌম্বক পদার্থের চুম্বকায়ন পরিমাত্রাকে পদার্থটির চৌম্বক গ্রাহিতা বা প্রবণতা বলে।

আপেক্ষিক চৌম্বক প্রবেশ্যতা **(Relative magnetic permeability):** কোনো চৌম্বক পদার্থের চৌম্বক প্রবেশ্যতা ও শূন্যস্থানের চৌম্বক প্রবেশ্যতার অনুপাতকে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক চৌম্বক প্রবেশ্যতা বলে। একে μ_r দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o}$$ [এককবিহীন রাশি]

চৌম্বক ধারকত্ব (Magnetic retentivity): চুম্বাকায়ন বলের প্রভাব সরিয়ে নেওয়ার পরেও কোনো চৌম্বব পদার্থের মধ্যে উৎপন্ন চুম্বকত্ব বজায় রাখার ক্ষমতাকে চৌম্বক ধারকতা বলে। ইস্পাত ও নরম লোহাকে একই সমপরিমাণ চুম্বকায়িত করে রেখে দিলে নরম লোহার চেয়ে ইস্পাতের ক্ষেত্রে চুম্বকত্ব হ্রাসের পরিমাণ কম।

চৌম্বক সহনশীলতা (Magnetic coercivity): চুম্বকত্ব হ্রাসের নিয়ামকসমূহ থাকা সত্ত্বেও কোনো চৌম্বক পদার্থের মধ্যে উৎপন্ন চুম্বকত্ব বজায় রাখার ক্ষমতাকে ঐ পদার্থের চৌম্বক সহনশীলতা বলে।

কুরি তাপমাত্রা বা কুরি বিন্দু (Curie temperature or Curie point): যে তাপমাত্রায় কোনো চৌম্বক পদার্থের চুম্বকত্ব সম্পূর্ণ নষ্ট হয় তাকে কুরি তাপমাত্রা বলে।

রিমেনেন্স: চুম্বকায়ন বলের প্রভাব সারিয়ে নেওয়ার পর চৌম্বক পদার্থে যে চুম্বকায়ন মাত্রা অবশিষ্ট থাকে তাকে রিমেনেন্স বলে।

ডায়াচৌম্বক পদার্থ:

ডায়াচৌম্বক পদার্থগুলি চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা বিকর্ষীত হয়; কোন প্রযুক্ত চুম্বক ক্ষেত্র এদের মাঝে বিপরীত দিকে একটি প্রণোদিত চুম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন করে যা এই বিকর্ষনের কারণ। অন্যদিকে ফেরোচৌম্বক পদার্থ এবং প্যারাচৌম্বক পদার্থ একটি চুম্বক ক্ষেত্র দ্বারা আকর্ষীত হয়। ডায়াচৌম্বকত্ব হলো একটি কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞান কোয়ান্টাম বলবৈজ্ঞানিক ক্রিয়া যা সকল উপাদানেই সঙ্ঘটিত হয়; যখন শুধুমাত্র ডায়াচুম্বকত্বের কথা বলা হয় তখন এদের ডায়াচুম্বক পদার্থ বলে। ফেরোচৌম্বক পদার্থ ও প্যারাচৌম্বক পদার্থগুলির ক্ষেত্রে এদের দুর্বল বিকর্ষণ বল তাদের আকর্ষক চৌম্বকীয় দ্বিমেরু বলের প্রভাবে প্রতিহত হয়ে যায়। বেশীরভাগ পদার্থে ডায়াচুম্বকত্ব অত্যন্ত দুর্বল যা শুধুমাত্র গবেষণাগারের অত্যন্ত সংবেদনশীল যন্ত্র দ্বারাই সনাক্ত করা যায়, যদিও অতিপরিবাহির ক্ষেত্রে এর ব্যাতিক্রম দেখা যায় কেননা এরা একটি চৌম্বক ক্ষেত্রতে এর অভ্যন্তর থেকেই বিকর্ষণ করে।

রসায়নে কোনো ডায়াচৌম্বক কণা (পরমাণু, আয়ন বা অনু) সনাক্তকরণে একটি সাধারন চলতি পদ্ধতি ব্যাবহার করা হয়ঃ যদি কণাটির সকল ইলেক্টন জোড় থাকে তবে তা ডায়াচৌম্বকীয় এবং অন্যথায় তা প্যারাচৌম্বকীয়।

ডায়াচৌম্বক পদার্থের বৈশিষ্ট্য:

১. এরা চুম্বক দ্বারা বিকর্ষিত হয়।
২. এরা কঠিন , তরল এবং বয়বীয় হয়।
৩. এদের চৌম্বক ধরকত্ব ধর্ম নেই।
৪. এদের কুরী বিন্দু নেই।
৫. এদের চৌম্বকগ্রাহিতা বা প্রবণতা ঋণাত্বক।
৬. এদের হিসটেরেসিস ধর্ম নেই।
৭. এদের চৌম্বক প্রবেশ্যতা $\mu < 1$
৮. এদের চৌম্বকগ্রাহিতা তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে না।
৯. চৌম্বক ক্ষেত্র অপসারণ করলে চুম্বকত্ব লোপ পায়।
১০. চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপন করলে এরা প্রবলতার অংশ হতে দুর্বলতর অংশের দিকে গমন করে।

প্যারাচৌম্বক পদার্থ:

প্যারাচুম্বকত্ব হলো চুম্বকত্বের একটি ধরণ যেখানে কিছু পদার্থ বাহ্যিক ভাবে প্রযুক্ত চৌম্বক ক্ষেত্রের দিকে দুর্বলভাবে আকর্ষীত হয় এবং প্রযুক্ত চৌম্বক ক্ষেত্রের দিকে একটি প্রণোদিত চুম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন করে। এমন বৈশিষ্টের বিপরীতে, ডায়াচৌম্বক পদার্থগুলি চৌম্বক ক্ষেত্র কতৃক বিকর্ষীত হয় এবং প্রযুক্ত চৌম্বক ক্ষেত্রের বিপরীত দিকে একটি প্রণোদিত চুম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন করে। বেশীরভাগ মৌলিক পদার্থ ও যৌগ প্যারাচুম্বকীয়; এদের চৌম্বকীয় সংবেদনশীলতা ১ এর থেকে সামান্য বেশী (অর্থাৎ একটি ক্ষুদ্র ধনাত্মক চৌম্বকীয় সংবেদনশীলতা) আপেক্ষিক চৌম্বকীয় ব্যাপ্তিযোগ্যতা রয়েছে। তাই এরা চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা আকর্ষীত হয়।

কোনো পদার্থে বিজোড় ইলেক্ট্রনের উপস্থিতিই প্যারাচুম্বকত্বের কারণ। এদের স্পিনের কারণে, বিজোড় ইলেক্ট্রনগুলির একটি চৌম্বক দ্বিমেরু মুহূর্ত থাকে এবং একটি ক্ষুদ্র চুম্বকের মত ব্যবহার করে। একটি চৌম্বক ক্ষেত্র, ইলেক্ট্রনগুলির স্পিনকে এর সমান্তরালে সাজায় যা একটি নিট আকর্ষণের জন্ম দেয়। রসায়নে কোনো ডায়াচৌম্বক কণা (পরমাণু, আয়ন বা অনু) সনাক্তকরণে একটি সাধারন চলতি পদ্ধতি ব্যাবহার করা হয়ঃ যদি কণাটির সকল ইলেক্টন জোড় থাকে তবে তা ডায়াচৌম্বকীয় এবং অন্যথায় তা প্যারাচৌম্বকীয়। ফেরোচৌম্বক পদার্থের মত, এরা বাহ্যিক চৌম্বক ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে চুম্বকত্ব ধরে রাখেনা কেননা তাপমাত্রিক গতি স্পিনের এই ঝোঁককে এলোমেলো করে দেয়। (কিছু প্যারাচৌম্বক পদার্থ পরম শূন্যতেও স্পিনের এই বিশৃঙ্খলা ধরে রাখে, যার মানে, এরা শুধু ভূমি দশায়ই প্যারাচৌম্বকীয়; অর্থাৎ তাপমাত্রিকা গতির অনুপস্থিতিতে) তাই, চৌম্বক ক্ষেত্র সরিয়ে নিলে এর সমস্ত চৌম্বকত্বই হারিয়ে যায়। এমনকি, চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতেও সেখানে অল্প কিছু চুম্বকত্বের সৃষ্টি হয়, কেননা এই ক্ষেত্রের সাহায্যে স্পিনের একটি ক্ষুদ্রাংশই পাওয়া যায়। এই ক্ষুদ্রাংশটি ক্ষেত্র প্রাবল্যের সাথে আনুপাতিক এবং এটি রৈখিক বশ্যতার বর্ণনা দেয়। অন্যদিকে, ফেরোচৌম্বক পদার্থের আকর্ষণ অ-রৈখিক এবং অধিক শক্তিশালী হওয়ায় এদের খুব সহজেই সনাক্ত করা যায়।

উদাহরণ – সোডিয়াম, এন্টিমনি, প্লাটিনাম, ক্রোমিয়াম, ম্যাঙ্গানিজ, অ্যালুমিনিয়াম, অক্সিজেন. টাইটেনিয়াম, আয়রনঅক্সাইড ইত্যাদি।

প্যারাচৌম্বক পদার্থের বৈশিষ্ট্য:

১. এরা চুম্বক দ্বারা কম আকর্ষিত হয়।
২. এরা কঠিন, তরল ও বায়বীয় হয়।
৩. এদের চৌম্বক ধারকত্ব ধর্ম নেই।
৪. এদের কুরী বিন্দু নেই।
৫. এদের চৌম্বকগ্রাহিতা বা প্রবণতা কম এবং ধনাত্মক।
৬. এদের হিসটেরেসিস ধর্ম নেই।
৭. এদের চৌম্বক প্রবেশ্যতা $\mu > 1$
৮. এদের চৌম্বকগ্রাহিতা তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে।
৯. চৌম্বক ক্ষেত্র অপসারণ করলে চুম্বকত্ব লোপ পায়।
১০. চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপন করলে এরা দুর্বলতর অংশ হতে প্রবলতর অংশের দিকে গমন করে।

ফেরোচৌম্বক পদার্থ:

ফেরোচুম্বকত্ব হলো সেই ভৌত প্রক্রিয়া যার মাধ্যমে কিছু নির্দিষ্ট বস্তু (যেমনঃ লোহা) স্থায়ী চুম্বক তৈরী করে বা কোনো চুম্বক কতৃক আকর্ষীত হয়। পদার্থবিদ্যায় বিভিন্ন ধরনের চুম্বকত্ব রয়েছে। ফেরোচুম্বকত্ব (ফেরিচুম্বকত্ব সহ) সবচেয়ে শক্তিশালী ধরণের

চুম্বকত্ব এবং এই প্রক্রিয়াটিই দৈনন্দিন জীবনে প্রত্যক্ষিত চুম্বকের নানান ধর্ম এবং ঘটনার জন্য দায়ী। অন্যদিকে প্যারাচুম্বকত্ব, ডায়াচুম্বকত্ব এবং প্রতিফেরোচুম্বকত্ব এত দুর্বল থাকে যে কেবল পরীক্ষাগারে সংবেদনশীল যন্ত্র দ্বারা সনাক্ত করা যায়। চুম্বক এবং ফেরোচৌম্বকীয় পদার্থের মাঝে যে আকর্ষণ ঘটে তাই প্রাচীন কালে এবং আমাদের কাছে প্রতীয়মান প্রথম কোনো চৌম্বকীয় বৈশিষ্ট্য।

যে সকল পদার্থকে চৌম্বকক্ষেত্রে স্থাপন করা হলে চুম্বকায়নকারী ক্ষেত্রের দিকে শক্তিশালী চুম্বকত্ব লাভ করে তাদেরকে ফেরোচৌম্বকীয় পদার্থ বলে (অর্থাৎ যেসকল পদার্থ ফেরোচুম্বকত্ব প্রদর্শন করে)। খুব কম পদার্থই ফেরোচৌম্বকীয়। লোহা, নিকেল, কোবাল্ট, এদের সঙ্কর ধাতু এবং বিরল মৃত্তিকা ধাতু হলো ফেরোচৌম্বকীয় পদার্থের উদাহরণ।

ফেরোচৌম্বক পদার্থের বৈশিষ্ট্য:

১. এরা চুম্বক দ্বারা খুব বেশি আকর্ষিত হয়।
২. এরা কঠিন এবং স্ফটিকাকারের হয়।
৩. এদের চৌম্বক ধারকত্ব ধর্ম রয়েছে।
৪. এদের নির্দিষ্ট কুরী বিন্দু রয়েছে।
৫. এদের চৌম্বকগ্রাহিতা বা প্রবণতা খুব বেশি এবং ধনাত্মক।
৬. এদের হিসটেরেসিস ধর্ম রয়েছে।
৭. এদের চৌম্বক প্রবেশ্যতা $\mu >> 1$।
৮. এদের চৌম্বকগ্রাহিতা তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে।
৯. চৌম্বক ক্ষেত্র অপসারণ করলে এদের চুম্বকত্ব খানিকটা থেকে যায়।
১০. চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপন করলে এরা দুর্বলতর অংশ হতে প্রবলতর অংশের দিকে গমন করে।

৫.৩.২: ডায়া, প্যারা ও ফেরোচৌম্বক পদার্থের পারস্পরিক তুলনা (Comparison of Dia, Para and Ferromagnetic Substance)

ডায়াচৌম্বক পদার্থ	প্যারাচৌম্বক পদার্থ	ফেরোচৌম্বক পদার্থ
১. এরা চুম্বক দ্বারা ক্ষীণভাবে বিকর্ষিত হয়।	১. এরা চুম্বক দ্বারা ক্ষীণভাবে আকৃষ্ট হয়।	১. এরা চুম্বক দ্বারা প্রবলভাবে আকৃষ্ট হয়।
২. এরা কঠিন, তরল বা বায়বীয় পদার্থ হতে পারে।	২. এরা কঠিন, তরল বা বায়বীয় পদার্থ হতে পারে।	২. এরা শুধু কঠিন পদার্থ।
৩. চৌম্বক বলরেখাগুলো এদের নিকট থেকে দূরে সরে যাওয়ার চেষ্টা করে।	৩. চৌম্বক বলরেখাগুলো এদের মধ্যে ঘনবদ্ধভাবে সন্নিবিষ্ট হয়।	৩. বহুসংখ্যক বলরেখাগুলো এদের মধ্যে ঘনবদ্ধভাবে সন্নিবিষ্ট হয়।
৪. ম্যাগনেটাইজেশনের মান চৌম্বক প্রাবল্যের সাপেক্ষে ঋণাত্মক।	৪. ম্যাগনেটাইজেশনের মান চৌম্বক প্রাবল্যের সাপেক্ষে ধনাত্মক এবং একের চেয়ে কিছু বেশি।	৪. ম্যাগনেটাইজেশনের মান চৌম্বক প্রাবল্যের সাপেক্ষে ধনাত্মক এবং একের চেয়ে অনেকগুণ বেশি।
৫. প্রবেশ্যতা μ এবং সংবেদ্যতা κ চুম্বকণ ক্ষেত্র প্রাবল্যের উপর নির্ভরশীল নয়।	৫. প্রবেশ্যতা μ এবং সংবেদ্যতা κ চুম্বকণ ক্ষেত্র প্রাবল্যের উপর নির্ভরশীল নয়।	৫. প্রবেশ্যতা μ এবং সংবেদ্যতা κ উভয়ই চুম্বকণ ক্ষেত্র প্রাবল্যের সাথে পরিবর্তিত হয়।
৬. ধারণশীলতা নেই।	৬. ধারণশীলতা নেই।	৬. ধারণশীলতা আছে।